Problemas OPCIÓN A

1. Un planeta de masa $3{\cdot}10^{24}$ kg y radio 3000 km tiene un satélite a una altura de $3\cdot10^{4}$ km sobre la superficie del planeta. El satélite se mueve en una órbita circular con una masa de 200 kg. Calcule:

   a. La aceleración de la gravedad que ejerce el planeta sobre un punto de su superficie.
   b. La aceleración del satélite en su órbita.
   c. La energía cinética del satélite en su órbita.

   Datos: G=6,67 · 10^{-11} Nm^2kg^{-2}

a) $$g_p(r) = G\frac{m_p}{r^2} \Rightarrow g_{p,\text{superficie}}(R_p) = G\frac{m_p}{R_p^2} = 6.67\cdot10^{-11}\frac{3\cdot10^{24}}{\left(3\cdot10^{6}\right)^2} = 2.223\ m/s^2$$

b) $$F_{p\to s} = m_s a_s \Rightarrow G\frac{m_p m_s}{\left(R_p+h_s\right)^2} = m_s a_s \Rightarrow a_s = 6.67\cdot10^{-11}\frac{3\cdot10^{24}}{\left(3\cdot10^{6}+3\cdot10^{7}\right)^2} = 0.18375183 = 0.184\ m/s^2$$

c)

$$a_s = a_{s,centrípeta} = \frac{v_s^2}{R_{orb,s}} \Rightarrow v_s = \sqrt{\left(R_p+h_s\right)a_s} = \sqrt{\left(3\cdot10^{6}+3\cdot10^{7}\right)\cdot0.18375183} = 2462.48\,m/s$$

$$\left.\begin{array}{l} F_{p\to s} = G\dfrac{m_p m_s}{\left(R_p+h_s\right)^2} \\ F_{total\,sobre\,s} = m_s a_s = m_s\dfrac{v_s^2}{R_{orb}} \end{array}\right\} \Rightarrow G\frac{m_p m_s}{\left(R_p+h_s\right)^2} = m_s\frac{v_s^2}{\left(R_p+h_s\right)} \Rightarrow v_s = \sqrt{G\frac{m_p}{\left(R_p+h_s\right)}} = \sqrt{6.67\cdot10^{-11}\frac{3\cdot10^{24}}{\left(3\cdot10^{6}+3\cdot10^{7}\right)}} = 2462.48\,m/s$$

$$E_{c,s} = \frac{1}{2}m_s v_s^2 = \frac{1}{2}200\cdot\left(6462.48\right)^2 = 606380775.04J = 6.06\cdot10^{8}J$$

2. Sobre una superficie metálica pulida de aluminio, cuyo trabajo de extracción vale 4,08 eV, incide un haz de luz monocromática y se observa que la velocidad máxima de los electrones emitidos es de $1{,}0\cdot10^{6}$ m/s. Calcule:

   a. La frecuencia de la luz monocromática incidente.
   b. La longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones emitidos a $1{,}0\cdot10^{6}$ m/s.
   c. La longitud de onda de la luz con que hay que iluminar el metal para que la energía cinética máxima de los electrones emitidos sea $6{,}0\cdot10^{-19}$ J.

   Datos: h= 6.63 10^{-34} J·s; c=$3\cdot10^{8}$ ms^{-1} ; m_e =9,11 ·10^{-31} kg; 1eV=1,6 ·10^{-19} J.

a)
$$h\nu = \frac{1}{2}m_e v_e^2 + W_{ext} \Rightarrow$$
$$\nu = \frac{1}{h}\left(\frac{1}{2}m_e v_e^2 + W_{ext}\right) = \frac{1}{6.63\cdot10^{-34}}\left(0.5\cdot9.11\cdot10^{-31}\cdot10^{12} + 4.08\cdot1.6\cdot10^{-19}\right) = 1.671\cdot10^{15}s^{-1}$$

b)
$$\lambda_{D_{electrones}} = \frac{h}{p_{electrones}} = \frac{6.63\cdot10^{-34}}{9.11\cdot10^{-31}\cdot10^{6}} = 7.28\cdot10^{-10}\,m$$

c)
$$\left.\begin{array}{l} \lambda\nu = c \\ h\nu = E_{ce} + W_{ext} \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E_{ce}+W_{ext}} = \frac{6.63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}}{6\cdot10^{-19}+4.08\cdot1.6\cdot10^{-19}} = 1.588\cdot10^{-7}m$$

<u>Cuestiones</u> OPCIÓN A

1. Un surfista observa que las olas del mar tienen 4 m de altura y rompen en la costa cada 10 s. Sabiendo que la velocidad de las olas es de 45 km/h, determine la ecuación de ondas de las olas.

$$A = 4\,m;$$
$$T = 10\,s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{10} = 0.2\pi = 0.628\,s^{-1};$$
$$v = \frac{\omega}{k} \Rightarrow k = \frac{\omega}{v} = \frac{0.628}{45 \cdot \frac{1000}{3600}} = 0.050\,m^{-1};$$
$$\varphi_o = 0;$$
$$y(x,t) = A\,sen(kx - \omega t + \varphi_o) = 4\,sen(0.050x - 0.628t)$$

2. Considere una espira cuya resistencia vale 10 Ω. Calcule la intensidad de corriente inducida en la espira si el flujo magnético a través de la misma viene dado por Φ(t)= 10 cos(5t) (Wb).

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = 50\,sen(5t) \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R} = 5\,sen(5t)$$

3. Una partícula de masa m describe un M.A.S. de amplitud A, bajo la acción de un resorte de constante k. Escriba la expresión de la fuerza, de la energía cinética y de la energía total en función de la posición, e indique en qué puntos adquieren su valor máximo.

$$F = -kx \quad ,el\ valor\ máximo\ se\ obtiene\ en\ x = A$$
$$E_c = \frac{1}{2}k\left(A^2 - x^2\right) \quad ,el\ valor\ máximo\ se\ obtiene\ en\ x = 0$$
$$E = \frac{1}{2}kA^2 \quad ,se\ trata\ de\ una\ función\ constante$$

4. Explique el fenómeno de la reflexión total. Calcule el ángulo límite cuando la luz pasa de un medio formado por cristal de cuarzo con índice de refracción de n=1,54, a otro medio formado por glicerina (n'=1,47).

Cuando un rayo de luz pasa de un medio con índice de refracción n_1 a otro medio con índice de refracción n_2 menor, el rayo es totalmente reflejado cuando el ángulo de incidencia de la luz supera un cierto valor. A este ángulo se le denomina ángulo límite y se puede deducir a partir de la ley de Snell, obteniéndose

$$sen\varepsilon_L = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \varepsilon_L = arcsen\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

Cuando la luz pasa del cuarzo a la glicerina, el valor del ángulo límite es

$$\varepsilon_L = arcsen\left(\frac{1.47}{1.54}\right) = arcsen\left(0.955\right) = 72.75^\circ$$

Problemas OPCIÓN B

1.- Por una cuerda se propaga una onda cuya ecuación es $y(x,t)=4\cdot \text{sen}\ (8t - 2x)$, expresada en metros y segundos. Calcule:

- **a.** La velocidad de la onda e indique el sentido de propagación.
- **b.** La velocidad transversal de un punto situado a $x=3$ m en el instante $t=5$ s.
- **c.** La diferencia de fase que habrá entre dos puntos separados una distancia de 10 m.

Solución.-

a)

$$\left.\begin{array}{l} y(x,t) = A\cdot \text{sen}\left(\omega\, t - k\, x + \varphi\right)\, m \\ y(x,t) = 4\cdot \text{sen}\left(8\, t - 2\, x\right)\, m \end{array}\right\} \Rightarrow\quad A = 4\ \ m \qquad \omega = 8\ \frac{rad}{s} \qquad k = 2\ \frac{rad}{m} \qquad \varphi = 0\ \ rad$$

$$v = \frac{\omega}{k} \quad\rightarrow\quad v = \frac{8}{2} = 4\ \ m/s$$

La onda se desplaza en el sentido positivo del eje X.

b)

$$v_x = \left(\frac{\partial\, y}{\partial\, t}\right)_x = A\, \omega \cos\left(\omega\, t - k\, x\right)$$

$v_x(3,5) = 4\times 8\times\cos(8\times 5 - 2\times 3) = 32\times\cos(34) = -27.15$ m/s

c)

$y(x_1,t) = A\ \ \text{sen}\ (\omega\, t - k\, x_1)$
$y(x_2,t) = A\ \ \text{sen}\ (\omega\, t - k\, x_2)$

$\Delta\varphi = (\omega\, t - k\, x_2) - (\omega\, t - k\, x_1)\ =\ k(x_1 - x_2)\ \ \Rightarrow\ \ |\Delta\varphi| = k\, |x_1 - x_2|\ \ \rightarrow\ \ |\Delta\varphi| = 2\times 10 = 20$ rad

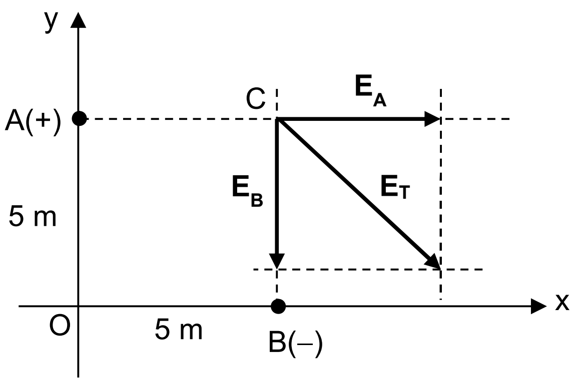
2.- Una carga puntual de 1C está situada en el punto A(0,5) de un sistema cartesiano. Otra carga puntual de −1 C está situada en B(5,0). Las coordenadas están expresadas en metros. Calcule:

- **a.** El vector intensidad de campo eléctrico en el punto C(5,5).
- **b.** El potencial electrostático en el punto C(5,5). Dibuje las líneas del campo eléctrico asociadas a esta distribución de cargas.
- **c.** El trabajo realizado por el campo, para llevar una carga puntual de 1C desde el infinito al punto O(0,0).

Datos: $K=9\times10^{9}\ N\cdot m^{2}\cdot C^{-2}$

Solución.-

a)



$$\vec{E}_A = \frac{K\times1}{5^2}\ \vec{i} = \frac{K}{25}\ \vec{i} = 3.6\times10^{8}\ \vec{i}\quad N/C\quad (V/m)$$

$$\vec{E}_B = \frac{K\times1}{5^2}\ (-\vec{j}) = -\frac{K}{25}\ \vec{j} = -3.6\times10^{8}\ \vec{j}\quad N/C\quad (V/$$

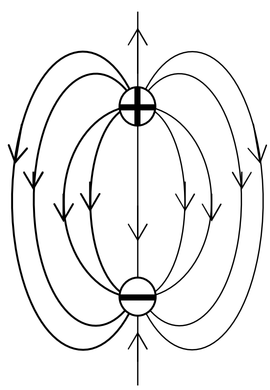
$$\vec{E}_T = \vec{E}_A + \vec{E}_B = 3.6\times10^{8}\ \vec{i}\ -\ 3.6\times10^{8}\ \vec{j}\quad N/C\quad (V/m$$

b)

$$V_{C(A)} = \frac{(9\times10^{9})\times1}{5} = 1.8\times10^{9}\ \ V$$

$$V_{C(B)} = \frac{(9\times10^{9})\times(-1)}{5} = \ -1.8\times10^{9}\ \ V$$

$$V_C = V_{C(A)}\ +\ V_{C(B)} = 0\ \ V$$



c)

$$V_\infty = 0 \text{ V}$$

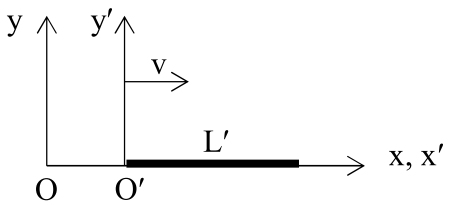
$$V_O = V_{O(A)} + V_{O(B)} = \frac{(9\times10^9)\times1}{5} + \frac{(9\times10^9)\times(-1)}{5} = 0 \text{ V}$$

$$W_{\infty\rightarrow O} = 1\cdot(V_\infty - V_O) = 0 \text{ J}$$

Cuestiones OPCIÓN A

1.- Una varilla, cuya longitud en reposo es de 3 m, está colocada a lo largo del eje X de un sistema de coordenadas, y se mueve en esa dirección con una velocidad de 0.8·c. ¿Cuál será la longitud de la varilla medida por un observador situado en reposo sobre el eje X?

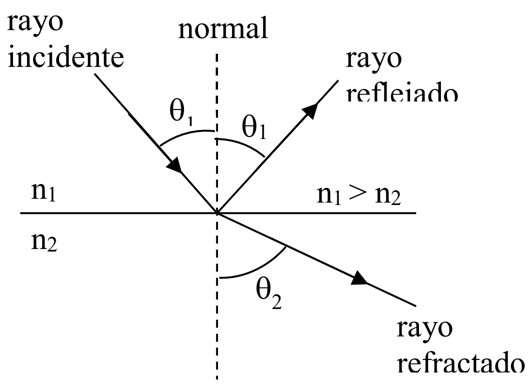
Solución.-



$$L = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \times L' \rightarrow L = \sqrt{1-\frac{(0.8\,c)^2}{c^2}} \times 3 = 0.6 \times 3 = 1.8 \text{ m}$$

2. Enuncie las leyes de la reflexión. Dibuje el trazado de rayos de un objeto situado delante de un espejo esférico convexo, a una distancia d mayor que la focal.

Solución.-

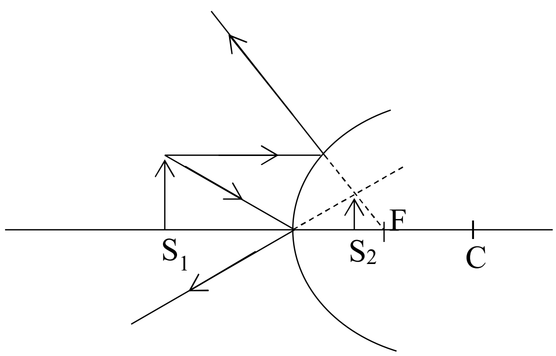


Cando la luz incide sobre la superficie de separación de dos medios transparentes de distinta naturaleza, parte de ella se refleja, mientras que otra parte se refracta.

Leyes de la reflexión

1) El rayo incidente, la normal a la superficie en el punto de incidencia y el rayo reflejado están situados en el mismo plano.

2) El ángulo de incidencia y el de reflexión son iguales.



La imagen es virtual, no invertida y de menor tamaño

3.- Sabiendo que el periodo de oscilación de un péndulo simple en un planeta A es de 1.45 s, determine el periodo de oscilación de este péndulo en la superficie de otro planeta B. (Datos: g_A=12 m/s^2, g_B=6 m/s^2).

Solución.-

$$P = 2\,\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad \Rightarrow \quad L = \frac{g\,P^2}{4\,\pi^2}$$

$$\text{Si } L_A = L_B \quad \Rightarrow \quad \frac{g_A\,P_A^2}{4\,\pi^2} = \frac{g_B\,P_B^2}{4\,\pi^2} \quad \Rightarrow \quad P_B = \sqrt{\frac{g_A}{g_B}}\,P_B$$

P_A=1.45 s $\qquad$ g_A=12 m/s^2 $\qquad$ g_B=6 m/s^2

$$P_B = \sqrt{\frac{12}{6}} \times 1.45 = \sqrt{2} \times 1.45 = 2.05 \text{ s}$$

Otro procedimiento:

$$P = 2\,\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$1.45 = 2\,\pi \sqrt{\frac{L_A}{12}} \quad \Rightarrow \quad L_A = \frac{12 \times (1.45)^2}{4\,\pi^2} = 0.639 \text{ m}$$

Como $L_A = L_B$: $P_B = 2\,\pi \sqrt{\frac{0.639}{6}} = 2\,\pi \times 0.326 = 2.05 \text{ s}$

4.- Formule la ley de fuerzas de Lorentz para una carga q que se mueve en el seno de un campo eléctrico $\vec{E}$ y magnético $\vec{B}$. Indique las condiciones que deben darse para que la fuerza magnética sobre la carga q sea nula.

Solución.-

$$\vec{F} = q\,\vec{E} + q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

Para que la fuerza magnética sea nula el vector velocidad de la carga tiene que ser nulo o paralelo al vector campo magnético.